

آنالیز اجزای محدود دال های بتن مسلح تقویت شده با ورق های CFRP

فریدون رضایی¹، مینا علیقلی²

1- استادیار دانشگاه بوعلی سینا، همدان، دانشگاه بو علی سینا

2- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، مازندران، آمل، دانشگاه شمال

Mina_2761@yahoo.com

خلاصه

در دهه اخیر فعالیت های آزمایشگاهی و مطالعات عددی المان محدود به منظور بررسی اثر ورقهای FRP بر روی اجزای مختلف بتنی در سازه ها صورت گرفته است ولی متأسفانه کار قابل توجهی بر روی دال های بتن مسلح به خصوص در زمینه المان محدود انجام نگرفته است. بدین ترتیب نیاز به مدل سازی دال بتنی تقویت شده با الیاف FRP نسبت به سایر اجزای بتنی بیشتر احساس می شود. این مقاله به بررسی نتایج تحلیل به روش المان محدود برای تقویت خمشی دال های بتن مسلح که سطح کششی آنها به کمک ورق های CFRP تقویت شده است به صورت کاملاً سه بعدی و غیرخطی می پردازد. به این منظور دو گروه دال بتن مسلح در نرم افزار ABAQUS مدل سازی شده و این دال ها به شکل های مختلف بوسیله ورق های CFRP تقویت شده است. نتایج نشان می دهد که استفاده از ورق های CFRP باعث افزایش مقاومت نهایی خمشی همراه با کاهش شکل پذیری می گردد و میزان این تاثیر به شدت به سطح و ضخامت لایه های CFRP، همچنین به طریقه نصب این لایه ها بر روی دال وابسته است.

کلمات کلیدی: مقاوم سازی، دال بتن مسلح، مقاومت خمشی، ورق های FRP

1. مقدمه

مواد کامپوزیت پلیمری به طور کلی ترکیبی از دو ماده الیاف و رزین می باشند که در آن الیاف عامل ایجاد مقاومت و رزین عامل ایجاد پیوستگی و یکپارچگی الیاف و همچنین عامل توزیع و انتقال یکنواخت بار به الیاف می باشد. وظیفه محافظت از الیاف و اتصال آنها به سطح انتقال نیرو از سازه به الیاف نیز به عهده رزین می باشد.

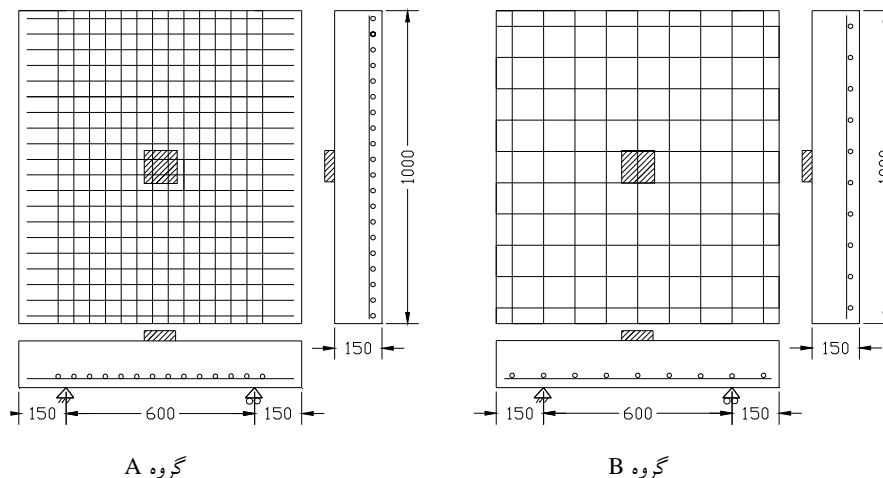
این مواد تنوع بسیاری دارند ولی مهمترین آنها به شرح زیر می باشند:

- مواد کامپوزیت پلیمری بالیاف کربن (CFRP)
- مواد کامپوزیت پلیمری با الیاف آرامید (AFRP)
- مواد کامپوزیت پلیمری با الیاف شیشه (GFRP)

2. مشخصات مدل

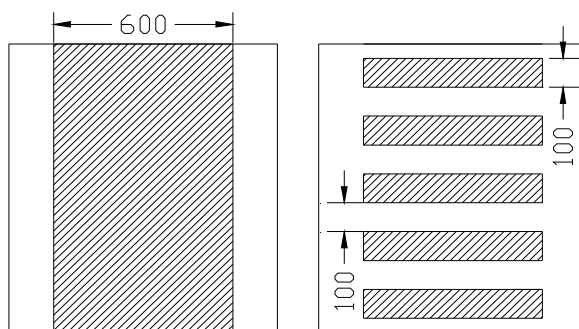
نمونه های مورد نظر برای مدل سازی بر گرفته از کار آزمایشگاهی تاکاهاشی و ساتو [1] از دانشگاه هوکایدو ژاپن می باشد که برای نتیجه گیری بهتر، در این پژوهش این دالها در دو گروه A و B مورد بررسی قرار گرفته اند. دالهای گروه A دقیقاً همان دال های مورد آزمایش قرار گرفته هستند که در پایان، نتایج مدل سازی اجزای محدود با نتایج کار آزمایشگاهی مقایسه شده است و پس از اطمینان از صحت و دقت نتایج دال هایی تحت عنوان گروه B، با همان ابعاد ولی با درصد آرماتور کمتر، به منظور بررسی شکل پذیری دال ها مدل سازی شده است.

شکل 1 ابعاد دال های مورد نظر برای مدل سازی را نشان می دهد. در این شکل کلیه واحدها بر حسب میلی متر می باشد. لازم به ذکر است بار اعمالی به دال در سطح یک صفحه فولادی به ابعاد $100 \times 100 \times 32$ mm وارد می شود.



شکل 1- دال های مورد نظر برای مدل سازی

طریقه چسباندن FRP در سطح تختانی دال به دو حالت یکپارچه و راه راه می باشد. در حالت یکپارچه، فاصله بین دو تکیه گاه به طور کامل با ورق های FRP پوشانده شده است. همانطور که شکل 1 نشان می دهد در حالت راه راه، فاصله بین دو تکیه گاه بوسیله نوارهای FRP به عرض 100 mm و فاصله مرکز به مرکز 200 mm پوشانده شده است. همچنین جدول 2 مشخصات هر کدام از نمونه ها و طریقه تقویت بوسیله CFRP در هر نمونه را نشان می دهد. همچنین جدول 1 مشخصات فولاد مصرفی و ورقهای CFRP به کار رفته در نمونه ها را نشان می دهد. لازم به توضیح است که ضخامت یک لایه از CFRP برابر 0/165 mm بوده و عددی که برای سطح مقطع در جدول 2 آمده، سطح مقطع پهنای 10 mm از آن می باشد.



شکل 2- نحوه چسباندن ورق های CFRP در سطح تختانی دال ها

جدول 1- مشخصات فولاد و CFRP به کار رفته در نمونه ها

نوع	سطح مقطع mm^2	مدول یانگ Gpa	مقاومت تسلیم Mpa	مقاومت نهایی Mpa
آرماتور	71/3	200	385	543
CFRP	1/65	230	-	3480

جدول 2 مشخصات هر کدام از نمونه ها و طریقه تقویت بوسیله CFRP در هر نمونه را نشان می دهد.

جدول 2- مشخصات نمونه ها

نمونه	$f'_c(Mpa)$	توضیحات
A-0L	30/4	نمونه شاهد (بدون CFRP)
B-0L	30	
A-1L-E	34/3	نمونه تقویت شده با یک لایه CFRP به صورت کامل
B-1L-E	30	
A-3L-E	24/1	نمونه تقویت شده با سه لایه CFRP به صورت کامل
B-3L-E	30	
A-5L-E	29/3	نمونه تقویت شده با پنج لایه CFRP به صورت کامل
B-5L-E	30	
A-1L-Z	34/3	نمونه تقویت شده با یک لایه CFRP به صورت راه راه
B-1L-Z	30	
A-3L-Z	29/3	نمونه تقویت شده با سه لایه CFRP به صورت راه راه
B-3L-Z	30	
B-5L-Z	30	نمونه تقویت شده با پنج لایه CFRP به صورت راه راه
B-3L-E-0,90	30	نمونه تقویت شده با سه لایه CFRP در دو جهت صفر و نود درجه
B-5L-E-0,90	30	نمونه تقویت شده با پنج لایه CFRP در دو جهت صفر و نود درجه

3. مدل سازی

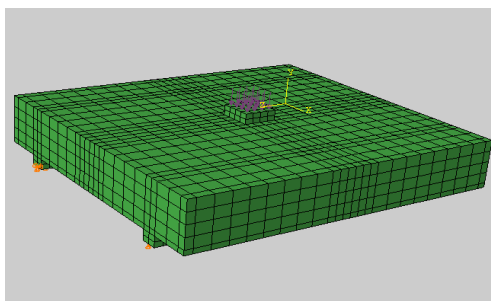
در این قسمت مراحل مختلف مدل سازی توسط نرم افزار ABAQUS به اختصار توضیح داده می شود. طریقه مدل سازی به گونه ای است که ابتدا قسمت های مختلف دال اعم از دال بتنی، آرماتور و ورق CFRP هر کدام بطور جداگانه ساخته شده و بعد در یک دستگاه مختصات روی هم قرار گرفته و مدل کامل را تشکیل می دهند. در ادامه نوبت به معرفی رفتار مصالح می رسد. تاکنون چندین مدل رفتاری برای مصالح بتن تعریف شده است که این نرم افزار امکان معرفی رفتار بتن تحت مدل های مختلف را دارا می باشد. در مدلسازی این دال از مدل خمیری آسیب دیده برای بتن استفاده شده است. این مدل یک مدل جامع برای مدلسازی مصالح شکننده از جمله بتن می باشد که در تمامی قسمت های سازه از جمله تیر، ستون و دال مورد استفاده قرار می گیرد. به طور کلی چگالی، مشخصه های ارتجاعی شامل ضریب پواسون و مدول ارتجاعی و همچنین رفتار خمیری که شامل منحنی تنش- کرنش بتن در حالت کشش و فشار به همراه ضرایب ترک می باشد، از مواردی است که برای مدل سازی معرفی می شوند [2، 3]. مقاومت فشاری بتن مصرفی در نمونه ها در جدول 1 نشان داده شده است.

برای معرفی فولاد، چگالی، ضریب پواسون و مدول ارتجاعی و منحنی تنش- کرنش فولاد مورد نیاز می باشد. مشخصات فولاد در جدول 2 آمده است. همچنین برای معرفی ورق های CFRP از مشخصات در حالت الاستیک و مقاومت های مختلف در جهت طولی و عرضی استفاده شده است. با توجه به اینکه این ورق ها ایزوتروپیک هستند مشخصات الاستیک آنها در جهت طول و عرض ورق متفاوت می باشد. مشخصات این ورقها در جدول 3 آمده است. در ادامه جنس ماده در هر قسمت و ویژگیهای فیزیکی مانند سطح مقطع آرماتورها، ضخامت، تعداد لایه ها و جهت قرارگیری لایه ها برای لایه های CFRP اختصاص می یابد. لازم به توضیح است که در این مدل برای المان های بتن و صفحات بارگذاری و تکیه گاهی از المان حجمی C3D8R استفاده شد. این المان دارای سه درجه آزادی انتقالی در فضای سه بعدی می باشد. همچنین برای آرماتورها از المان خرپای T3D2 استفاده شد که این المان نیز دارای سه درجه آزادی انتقالی در فضای سه بعدی می باشد و فقط نیروی محوری را انتقال می دهد. همچنین برای ورق های CFRP از المان پوسته ای S4R استفاده شد که این المان دارای سه درجه آزادی انتقالی و سه درجه آزادی چرخشی می باشد [4].

جدول 3- مشخصات ورق های CFRP

E1(Gpa)	230	مقاومت کششی طولی (Mpa)	3480
E2(Gpa)	18/2	مقاومت فشاری طولی (Mpa)	2500
ν_{12}	0/28	مقاومت کششی عرضی (Mpa)	150
G12(Gpa)	11/1	مقاومت فشاری عرضی (Mpa)	290
G13(Gpa)	11/1	مقاومت برشی طولی (Mpa)	60
G23(Gpa)	7/1	مقاومت برشی عرضی (Mpa)	85

طریقه مش بندی در این مدل از اهمیت خاصی برخوردار است و باید در مش بندی دقت زیادی را به کار گرفت. لازم به توضیح است که المان های CFRP به صورت دستی بر روی المان های سطح تحتانی بتن اضافه می شوند. شکل 3 مدل نهایی ساخته شده را نشان می دهد. همچنین بار وارد شده بر دال در این مدل یک بار گسترده است که به صورت فشاری بر روی صفحه فولادی بارگذاری در مرکز دال وارد می شود. همچنین تحلیل از نوع استاتیکی و در این تحلیل از روش کنترل نیرو استفاده شده است.



شکل 3- دال مدل شده در نرم افزار ABAQUS

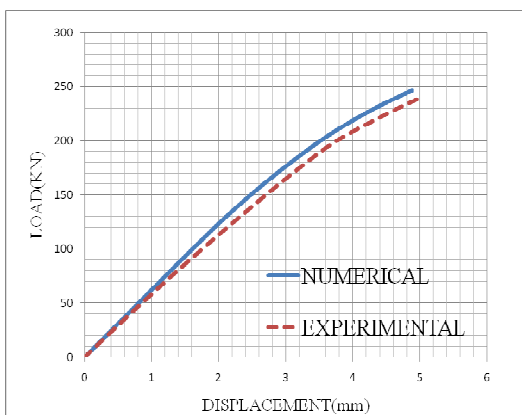
4. بررسی اعتبار مدل و تحلیل نتایج

در این قسمت به بررسی نتایج حاصل از مطالعات عددی و مقایسه آنها با نتایج کار آزمایشگاهی پرداخته می شود.

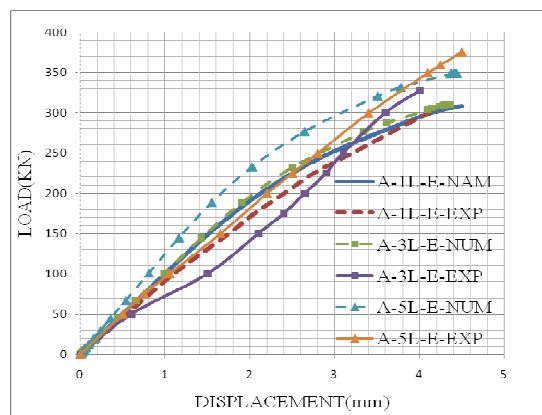
1.1.4. تاثیر CFRP بر بار و تغییر مکان نمونه های گروه A

به طور کلی نتایج حاصل از مطالعات عددی مطابقت خوبی با نتایج کار آزمایشگاهی دارد به طوری که درصد خطا به طور متوسط کمتر از 5٪ می باشد. همانطور که در شکل 4 مشاهده می شود، بار قابل تحمل برای دال در حالت تقویت نشده برابر 246/7 KN می باشد که به ازای تحمل این بار تغییر مکان قائم 4/88 mm را در مرکز دال و زیر صفحه بارگذاری نشان می دهد. این در حالی است که نمونه آزمایشگاهی باری برابر 240 KN و تغییر مکان 5 mm را نشان می دهد و به این ترتیب نمونه روش اجزای محدود دارای حدود 2/8٪ خطا می باشد.

در نمونه A-1L-E که توسط یک لایه CFRP به صورت یکپارچه در سطح تحتانی تقویت شده است، بار قابل تحمل توسط دال برابر 308 KN و تغییر مکان قائم در مرکز دال برابر 4/5 mm می باشد. همچنین نمونه آزمایشگاهی باری برابر 304 KN را تحمل می کند و تغییر مکان مرکز دال در بار نهایی برابر 4/2 mm بوده و لذا درصد خطای بار تحمل شده توسط مدل اجزای محدود برابر 1/3٪ می باشد.



شکل 4 - نمودار بار - تغییر مکان نمونه A-0L

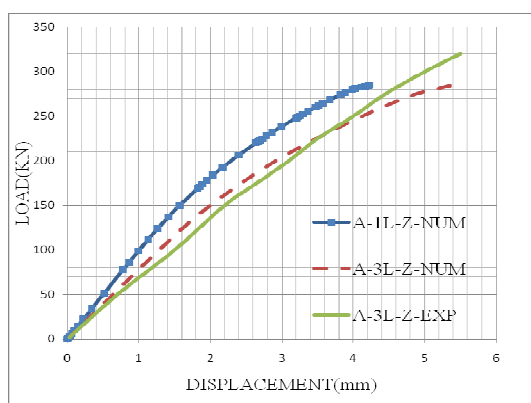


شکل 5- نمودار بار - تغییر مکان نمونه های تقویت شده به صورت یکپارچه

بار قابل تحمل برای نمونه A-3L-E برابر 310/2 KN می باشد که به ازای تحمل این بار تغییر مکان قائم 4/36 mm را در مرکز دال و زیر صفحه بارگذاری نشان می دهد. این در حالی است که نمونه آزمایشگاهی باری برابر 327 KN و تغییر مکان 4 mm را نشان می دهد و به این ترتیب نمونه اجزای محدود دارای حدود 5/13 % خطا می باشد. همچنین در نمونه A-5L-E بار قابل تحمل توسط دال برابر 348/4 KN و تغییر مکان قائم در مرکز دال برابر 4/44 mm می باشد. نمونه آزمایشگاهی باری برابر 376 KN را تحمل می کند و تغییر مکان مرکز دال در بار نهایی برابر 4/5 mm بوده و لذا درصد خطای بار تحمل شده توسط مدل اجزای محدود برابر 7/3 % می باشد. شکل 5، نمودار نیرو بر حسب تغییر مکان را برای نمونه های تقویت شده به صورت یکپارچه نشان می دهد.

بار قابل تحمل برای دال A-1L-Z در این حالت برابر 289/1 KN می باشد که به ازای تحمل این بار تغییر مکان قائم 4/43 mm را در مرکز دال و زیر صفحه بارگذاری نشان می دهد. متأسفانه در این نمونه به دلیل مشکلات ایجاد شده در زمان بارگذاری، نمودار بار بر حسب جابجایی رسم نشده است و امکان مقایسه ای وجود ندارد.

در نمونه A-3L-Z بار قابل تحمل توسط دال برابر 286/2 KN و تغییر مکان قائم در مرکز دال برابر 5/4 mm می باشد. همچنین نمونه آزمایشگاهی باری برابر 320KN را تحمل می کند و تغییر مکان مرکز دال در بار نهایی برابر 5/5 mm می باشد. لذا خطای بار تحمل شده توسط مدل اجزای محدود برابر 10/5 % می باشد. شکل 6 نمودار بار بر حسب تغییر مکان مرکز دال را برای نمونه های تقویت شده به صورت راه راه نشان می دهد.



شکل 6 - نمودار بار - تغییر مکان نمونه های تقویت شده به صورت راه راه

با توجه به اینکه مقاومت فشاری (f'_c) نمونه های مختلف در کار آزمایشگاهی با هم متفاوت بوده است لذا مقایسه بار نهایی در نمونه ها و همچنین مقایسه میزان تقویت لایه های CFRP به نحو مطلوبی میسر نمی باشد. برای رفع این مشکل در نمونه های آزمایشگاهی بار نهایی، p در $\sqrt{30/f'_c}$ ضرب شده و بار اصلاح شده p' بدست آمده است [1].

$$p' = \sqrt{\left(\frac{30}{f'_c}\right)} \times p \quad (1)$$

در این پژوهش نیز برای مقایسه بهتر نمونه ها و بررسی اثر CFRP در تقویت دالها از روش فوق استفاده شد که نتایج در جدول 4 آمده است. در این جدول P'_{A-0L} نمایانگر بار اصلاح شده نمونه های شاهد آزمایشگاهی و مدل اجزای محدود می باشد. نتایج ارائه شده در جدول 4 نشان می دهد که استفاده از ورق های CFRP در مقادیر و شکل های متفاوت در نمونه های آزمایشگاهی (EXP)، بار نهایی دال را از 19٪ تا 58٪ افزایش می دهد. همچنین بار نهایی مدل اجزای محدود (FEM)، از 10٪ تا 43٪ افزایش یافته است. لازم به ذکر است که در این گروه کرنش آرماتورها در هیچ کدام از نمونه ها به کرنش جاری شدن نمی رسد لذا آرماتور ها در این گروه جاری نمی شوند.

جدول 4- مقایسه نتایج نمونه های گروه A

نمونه	f'_c (Mpa)	P (KN)		P' (KN)		P'/P'_{A-0L}	
		FEM	EXP	FEM	EXP	FEM	EXP
A-0L	30/4	246/7	240	245	238	1	1
A-1L-E	34/3	308	304	288	284	1/17	1/19
A-3L-E	24/1	310/2	327	346/1	365	1/41	1/53
A-5L-E	29/3	348/4	376	352/5	375	1/43	1/58
A-1L-Z	34/3	289/1	-	270/4	-	1/10	-
A-3L-Z	29/3	282/2	320	289/6	324	1/18	1/36

2.4. تاثیر CFRP بر بار و تغییر مکان نمونه های گروه B

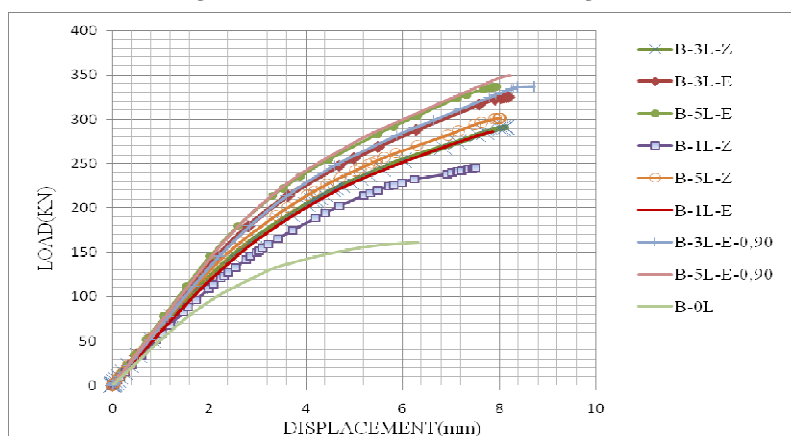
در این قسمت به منظور اختصار و همچنین نتیجه گیری ساده تر از نمونه های گروه B، نتایج حاصل شده از این نمونه ها در جدول 5 آمده است. در نمونه های این دو گروه با توجه به اینکه ابعاد دالها به گونه ای است که رفتار دو طرفه به دالها می دهد لذا با وجود اینکه بنا به شرایط تکیه گاهی، بخش عمده کشش را آرماتور های اصلی تحمل می کنند ولی آرماتورهای به اصطلاح فرعی نیز نقش زیادی در تحمل کشش دارند. لذا رفتار آرماتورها در هر دو راستا قابل اهمیت است و شکل پذیری نیز در هر دو راستا به صورت جداگانه بررسی می شود. نتایج نشان می دهد که در صورت استفاده از ورق های CFRP در شکل ها و تعداد لایه های متفاوت بار نهایی دال ها نسبت به نمونه شاهد از 51 تا 116٪ افزایش می یابد.

همچنین هر چه تعداد لایه ها و مساحت لایه های مورد استفاده بیشتر شود شکل پذیری نمونه در راستای اصلی ورق ها کاهش می یابد. به طوری که در نمونه های با 3 یا 5 لایه کامل از CFRP، دال کاملاً شکل پذیری خود را در راستای اصلی از دست می دهد. به طور کلی در نمونه هایی که در راستای اصلی شکل پذیر هستند. شکل پذیری نسبت به نمونه شاهد از 18 تا 59٪ کاهش یافته است. جدول 6 نشان می دهد که نمونه 3 لایه ای کامل نسبت به نمونه 1 لایه ای حدود 23٪ افزایش مقاومت را نشان می دهد. این در حالی است که نمونه 5 لایه ای کامل نسبت به نمونه 3 لایه ای تنها 8٪ افزایش مقاومت را نشان می دهد. این مطلب بیانگر آن است که برای تعداد لایه های CFRP یک حالت بهینه وجود دارد که هر چه تعداد لایه ها از حالت بهینه فاصله بگیرند از میزان اثر آنها بر مقاومت دال کاسته می شود. در حقیقت در تعداد لایه های بیشتر الیاف CFRP از درصد کمی از ظرفیت خود استفاده می کنند و در نهایت نتایج آنها تفاوت چندانی با نمونه های با لایه های کمتر ندارد. میزان استفاده ورق ها از ظرفیت خود را از میزان کرنش آنها در بار نهایی می توان مشاهده کرد.

جدول 5- مقایسه نتایج نمونه های گروه B

نمونه	ظرفیت نهایی بار بری		وضعیت در زمان جاری شدن آرماتورها				شاخص شکل پذیری		درصد افزایش شکل پذیری	درصد افزایش بار نهایی
	بار KN	تغییر مکان mm	راستای اصلی		راستای فرعی		اصلی	فرعی	اصلی	
			بار	تغییر مکان	بار	تغییر مکان				
B-0L	161/2	6/3	106/19	2/34	-	-	2/64	-	-	-
B-1L-E	286/1	7/86	215/81	4/5	204/16	4/12	1/746	1/9	-35%	77%
B-3L-E	325/2	8/18	-	-	218/79	3/78	-	2/16	-	100%
B-5L-E	336/4	7/92	-	-	239/235	4	-	1/98	-	108%
B-1L-Z	244/8	7/5	164/2	3/38	200/8	4/64	2/21	1/6	-18%	51%
B-3L-Z	291/2	8/14	237/54	5/27	205/166	4/05	1/54	2	-43%	80%
B-5L-Z	301/6	8/02	287/75	7/2	206/63	3/8	1/11	2/11	-59%	87%
B-3L-E 0,90	336/8	8/72	298/5	6/62	282/32	5/9	1/31	1/47	-51%	108%
B-5L-E 0,90	349/3	8/22	-	-	-	-	-	-	-	116%

نکته دیگر در مورد جهت الیاف در ورق های CFRP می باشد. نتایج درج شده در جدول 6 نشان می دهد که در صورتی که لایه های CFRP در دو جهت اصلی و فرعی استفاده شوند، مقاومت آنها حدود 8٪ نسبت به نمونه مشابه از نظر تعداد لایه، افزایش می یابد و اثر مهمتر آن تعادل در شکل پذیری در دو راستای اصلی و فرعی می باشد. به گونه ای که نمونه B-3L-E-0,90 نمونه مطلوبی است. از طرفی در نمونه B-5L-E-0,90 به دلیل تعداد لایه های زیاد CFRP، در هر دو جهت حالت شکست ترد مشاهده می شود که حالت مطلوبی برای رفتار دال نمی باشد. لذا در این دال ها نمونه های 5 لایه ای کلا حالت های بهینه ای برای تقویت این دال نیستند و نمونه های سه لایه ای نمونه های بهتری می باشند. نکته دیگر اینکه استفاده از ورق های CFRP در دو جهت و یا استفاده از ورق های دو جهته، نتایج بهتری را چه از نظر مقاومت نهایی و چه از نظر شکل پذیری در پی خواهند داشت. شکل 7 نمودار بار بر حسب جابجایی در مرکز دال را برای نمونه های گروه B نشان می دهد.



شکل 7- نمودار بار - تغییر مکان وسط دهانه برای نمونه های گروه B

- نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود نشان می دهد که:
- (1) تقویت دال های بتن مسلح با استفاده از ورق های CFRP سبب افزایش چشمگیر مقاومت نهایی می گردد. طوری که بر طبق نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود، مقاومت نهایی نسبت به نمونه شاهد در گروه A (پر فولاد)، بسته به شکل و تعداد لایه های تقویتی از 10 تا 43% و در گروه B (کم فولاد)، از 51 تا 116% افزایش یافته است.
 - (2) نتایج گروه های A و B نشان می دهند که میزان افزایش مقاومت نهایی در گروه B بسیار بیشتر از گروه A می باشد. علت این امر آن است که در گروه A به دلیل درصد زیاد آرماتور، آرماتورها جاری نمی شوند. از طرفی الیاف CFRP پس از جاری شدن آرماتورها اثر اصلی خود را بر روی سیستم می گذارند و در حقیقت قبل از جاری شدن آرماتورها زیاد وارد عمل نمی شوند.
 - (3) افزایش تعداد لایه های CFRP و در حقیقت افزایش سطح مقطع CFRP، علاوه بر افزایش مقاومت نهایی، کاهش شکل پذیری را به دنبال خواهد داشت. به طوری که در نمونه B-1L-Z که کمترین سطح مقطع CFRP را در میان نمونه های گروه B دارد، حدودا 18% کاهش شکل پذیری نسبت به نمونه شاهد در راستای آرماتورهای اصلی مشاهده می شود. همچنین در نمونه های 5 لایه ای، دال به طور کلی حالت شکل پذیری خود را از دست می دهد و رفتار ترد از خود نشان می دهد.
 - (4) طریقه نصب ورق های CFRP، تاثیر بسزایی در تقویت دال های بتن آرمه دارد. طوری که در دال های مورد نظر ما با توجه به ابعاد و اندازه آنها و همچنین با توجه به شرایط تکیه گاهی آنها، استفاده از ورق های CFRP به صورت همزمان در دو راستای اصلی و فرعی بسیار مفید خواهد بود. لازم به ذکر است که در این دال ها با توجه به رفتار آنها همواره بهتر است تعداد لایه های همراستای آرماتورهای فرعی، کمتر از تعداد لایه های همراستا با آرماتورهای اصلی باشد.
 - (5) به طور کلی استفاده از ورق های CFRP با الیاف دو طرفه و یا استفاده از ورق های با الیاف یک طرفه در دو راستای اصلی و فرعی، به صورت یکپارچه و یا به صورت نوارهایی که شطرنجی نصب می شوند. بهترین روش برای تقویت دال های این دو گروه می باشد.
 - (6) در هیچ کدام از نمونه ها، ورق های CFRP از حداکثر ظرفیت خود استفاده نمی کنند و این به سطح مقطع CFRP مورد استفاده بر می گردد.

6. مراجع

- [1] Y.Takahashi,Y.Sato,"Experimental study on the strengthening effect of a CFRP sheet for RC slabs", FRPCS-5,vol.2, july 2001, pp 989-996.
- [2] Sam-Young Noh, Wilfried B. Kratzig, Konstantin Meskouris, "Numerical simulation of serviceability, damage evolution and failure of reinforced concrete shells", Computers and Structures 81, 2003, pp 843-857.
- [3] Anthony J. Wolanski, "Flexural Behavior of Reinforced And Prestressed Concrete Beams Using Finite Element Analysis", Thesis, May 2004.
- [4] ABAQUS/Standard User's Manual, Ver 6.8-1.